連續變換ノ Erweiterung

小松　醇郎（阪大）

Satz. 1. Komplex K^m ハ $(n+1)$ 次元以上ノ Torsionsgruppe ヲ持タナイトスル. n 次元 Teilkomplex K^n ノ S^nヘノ連續變換 f ガ normal[1] ナラバ f ハ $K^m \longrightarrow S^n$ ノ變換ニ erweitern サレル。

<u>Beweis</u>. $f: K^n \longrightarrow S^n$ normal ナル故 K^{n+1} ニ erweitern サレル f' トス。

各 $(n+1)$ 次元 Simplex $T_i^{n+1} \longrightarrow S^n$ ニ對シ $(n+1)$ 次元 Homotopiegruppe $\pi_{n+1}(S^n)$[2] ノ或ル元 a_i ガ對應サレル. 即チ $T_i^{n+1} \longrightarrow a_i \in \pi_{n+1}(S^n)$.

對應方法: $\dot{T}_i^{n+1}$ ハ f デ S^n ニ unwesentlich.

T_i^{n+1} ノ中ニ, T_i^{n+1} ト相似ノ t_i^{n+1}, $f'(\dot{t}_i^{n+1}) = p \in S^n$ ナル如ク f' 出來ル. 故ニ $f'(t_i^{n+1}) \longrightarrow S^n$ ハ $\pi_{n+1}(S^n)$ ノ或ル元 a_i.

任意ノ元 a_i ニトル様ニ f' 可能。

f' 一ツ作レバ $(n+1)$ 次元代數複体群 $L^{n+1}(K^{n+1})$ ノ $\pi_{n+1}(S^n)$ ヘノ一ツノ Homomorphismus ヲ與ヘ

---

1) f normal トハ K^n ノ Zyklus Z^n ガ K^m デ $Z^n \sim 0$ ナラバ $f(Z^n)$ ノ Grad 0 ニナルモノ。

2) $S^{n+1} \longrightarrow S^n$ ノ連續變換ノ Klasse (Homotopie ノ) ガ作ル群. Abelsch.

ル. $\sum t^i T_i^{n+1} \xrightarrow{h} \sum t^i a_i$.

任意ノ Homomorphismus ヲ與ヘル f' ヲ作ルヲ得。

$$L^{n+1}(K^{n+1}) \xrightarrow{h} \pi_{n+1}(S^n)$$

$L^{n+1}(K^{n+1})$ ノ Basis ヲ Z_i^{n+1}, z_i^{n+1}, u_i^{n+1}, v_i^{n+1}, y_i^{n+1}, 茲ニ Z_i^{n+1} ($\nsim 0$) ナル Zyklus; $z_i^{n+1} \nsim 0$, $f_i z_i^{n+1} \sim 0$ (f_i integer) ナル Zyklus; $u_i^{n+1} \sim 0$; v_i^{n+1} Zyklus デナイ Komplex. $\dot{v}_i^{n+1} = g_i z_i^n$; $\dot{y}_i^{n+1} = u_i^n$; ナル如クトレバ[1)]

$$z_i^{n+1}, \quad u_i^{n+1}$$

ヲ $\pi_{n+1}(S^n)$ ノ任意ノ元ニ移ス Homomorphismus h ガ存在ス。

即チ u_i^{n+1} 又ハ $z_i^{n+1} = \sum_j i\, t^j T_j^{n+1}$ トシ

$$h : T_j^{n+1} \longrightarrow a_j \in \pi_{n+1}(S^n)$$

トスレバ

$$h : z_i^{n+1} \longrightarrow \sum_j i\, t^j a_j \in \pi_{n+1}(S^n).$$

h ヲ與ヘル Abbildung f' デハ幾何學的ニハ

$$\dot{T}_k^{n+2} = \sum_i k\, T_i^{n+1} \xrightarrow{f'} S^n$$

ハーツノ $S^{n+1} \longrightarrow S^n$ デアッテソレハ $\pi_{n+1}(S^n)$ ノ或ル元。

$$h : \dot{T}_i^{n+2} \longrightarrow \sum_i k\, a_i \in \pi_{n+1}(S^n)$$

---

1) Alexandroff u. Hopf; Topologie S. 216.

ノ元トハ一般ニハ異ル。

$$f'(\dot{t}_i^{n+1}) = p \in S^n$$

$$f'(\overline{\sum_i k\, T_i^{n+1} - \sum_i k\, t_i^{n+1}}) \subset S^n$$

像者ハ又一ツノ $S^{n+1} \longrightarrow S^n$ ナル Abbildung ト若ヘラレ一般ニ $\pi_{n+1}(S^n)$ ノ或ル元 e_k ヲ表ハス。即チ幾何學的ニ

$$\dot{T}_k^{n+2} \xrightarrow{f'} S^n$$

ハ $e_k + \sum_i k\, a_i \in \pi_{n+1}(S^n)$ ナル元ヲ表ハス。

故ニ $\begin{cases} u_i^{n+1} = \sum_k i\, p^k\, \dot{T}_k^{n+2} \rightarrow \sum_k i\, p^k\, (e_k + \sum_i k\, a_i) \\ q^j z_j^{n+1} = \sum_k j\, p^k\, \dot{T}_k^{n+2} \rightarrow \sum_k j\, p^k (e_k + \sum_i k\, a_i) \end{cases}$

ナル元ヲ表ハス。今 Torsion ガ存在シナイカラ後半ハ無イ。代数的對應 h ハ任意ノ Charakter ニナル Abbildung f' ガトレタ。故ニ

$$u_i^{n+1} \xrightarrow{h_0} -\sum_k i\, p^k e_k \in \pi_{n+1}(S^n)$$

ナル Charakter h_0 ヲトル。ソノ Abbildung f'_0 デ $t_i^{n+1} \longrightarrow S_n$ ハ $a_i \in \pi_{n+1}(S^n)$ トスレバ幾何學的ニハ

$$u_i^{n+1} \xrightarrow{f'_0} 0 \in \pi_{n+1}(S^n)$$

トナル。

然ラバ

$$\dot{T}_k^{n+2} = \sum_i^k s^i u_i^{n+1} \xrightarrow{f_0'} 0 \in \pi_{n+1}(S^n).$$

即チ f_0' デハ各 $\dot{T}_k^{n+2}$ ガ S^n = unwesentlich, 故ニ f_0' ハ又 K^{n+2} ニマデ erweitern セラル。以下同様。

<u>Bemerkung.</u> Torsion ガアツテハ困ルノハ

$$z_j^{n+1} \longrightarrow -\frac{1}{q^j}\left(+\sum_k^j p^k e_k\right)$$

ナル Homomorphismus h ガ存在スルトハ限ラナイ, 右辺ハ $\pi_{n+1}(S^n)$ ノ元ニナルトハ限ラナイ。